$3\cos(2x) + 10\cos^2x = 24\sin x - 3$

Krok 1 – Zamiana składników typu cosinus w sinus

[Przypominamy sobie:

- jedynka trygonometryczna:

$1 = \sin^2x + \cos^2x$

Zatem $\cos^2x = 1 - \sin^2x$

- wartość cosinusa podwojonego kąta:

$\text{Cos}(2x) = 1 - 2\sin^2x$]

Przystępujemy do podstawiania!

$3(1 - 2\sin^2x) + 10(1 - \sin^2x) = 24 \sin x - 3$

Krok 2 - Opuszczamy nawiasy

$3 - 6\sin^2x + 10 - 10\sin^2x = 24\sin x - 3$

Krok 3 – sumujemy składniki o tych samych potęgach

$-16\sin^2x + 16 = 24\sin x$

Krok 4 – przenosimy wszystkie składniki na jedną stronę, tak by po drugiej stronie zostało 0

$-16\sin^2x - 24\sin x + 16 = 0$

Krok 5 – mnożymy całe równanie przez (-1), by składnik w najwyższej potędze był dodatni

$-16\sin^2x - 24\sin x + 16 = 0 \qquad /*(-1)$

$16\sin^2x + 24\sin x - 16 = 0$

Krok 6 – upraszczamy równanie dzieląc całe równanie przez 8

$16\sin^2x + 24\sin x - 16 = 0 \qquad //8$

$2\sin^2x + 3\sin x - 2 = 0$

Krok 7 – podstawiamy zamiast sinusa zmienną „t”

$\text{Sin}x = t, t \in R$

$2t^2 + 3t - 2 = 0$

Krok 8 – Liczymy deltę, by obliczyć miejsca zerowe

Przypominamy sobie, że:

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 3^2 - 4 * 2 * (-2)$

$\Delta = 9 + 16$

$\Delta = 25$

Krok 9 - Obliczamy miejsca zerowe

Przypominamy sobie wzór na miejsca zerowe

$t_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

$t_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

$t_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3+5}{2*2} = \frac{1}{2}$

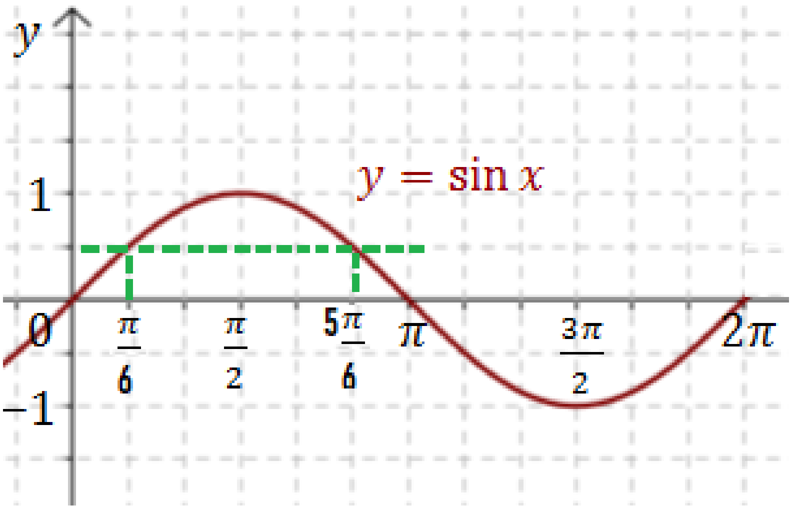
$t_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3-5}{2*2} = -2$

Krok 10 – zmieniamy podstawioną zmienną t do sinusa

t = sin x

sinx = $\frac{1}{2}$ lub sinx = -2

Przypominamy sobie przebieg funkcji sinus w zakresie argumentów x ∈ $< 0, 2\pi >$



Krok 11 - Zauważamy, że wartość sinusa rozpatrujemy w zbiorze <-1, 1>, zatem rozwiązanie sinx = -2 musimy odrzucić.

$\sin x = -2, dla\ x \in \emptyset$

Krok 12 - Zostaje nam rozwiązanie sinx $=\frac{1}{2}$. Znajdźmy argumenty, dla których zachodzi powyższe równanie

sinx = $\frac{1}{2}$ dla x = $\frac{\pi}{6}$ + 2kπ oraz x = $\frac{5\pi}{6}$ + 2kπ , k ∈ $\{0,1,2,3 \ldots\}$

$x_{ko} = \frac{\pi}{6}$ oraz $x_{ko} = \frac{5\pi}{6}$

$x_{k1} = \frac{13\pi}{6}$ oraz $x_{k1} = \frac{17\pi}{6}$

Przypominamy sobie, że dziedzina naszego równanie zawiera się w przedziale <0,2π>, zatem x_{k1} nie mieści się w dziedzinie jak i każda dalej rozpatrywana wartość k

$x_{k0} \epsilon D$

$x \in \{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\}$

Odpowiedź: Rozwiązanie naszego równanie zawiera się w dwuelementowym zbiorze $x \in \{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\}$